

902 Schwingungen

Diagramme:

Diagramm ①:

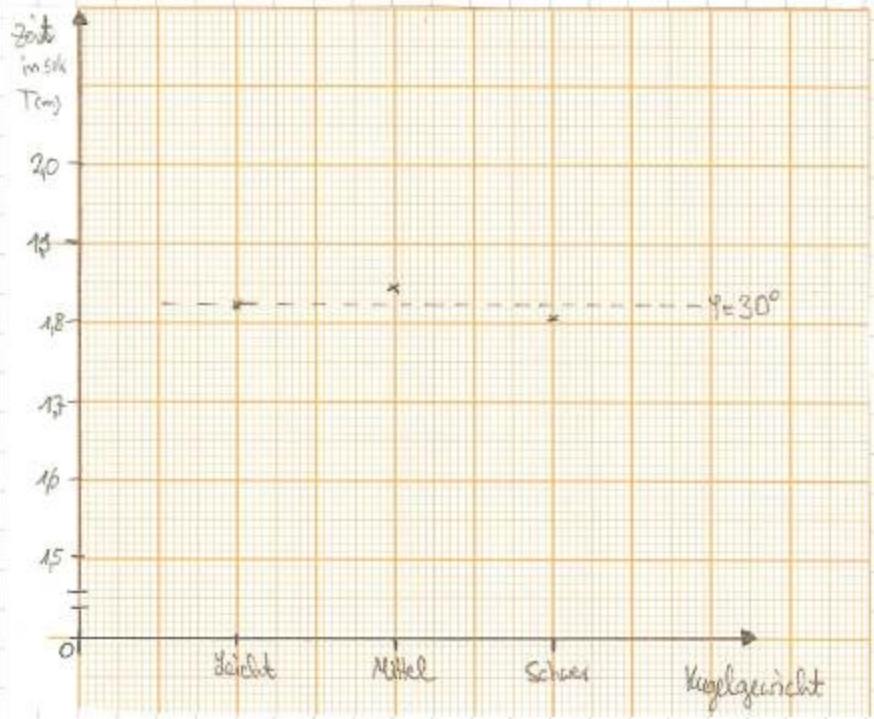


Diagramm ②:

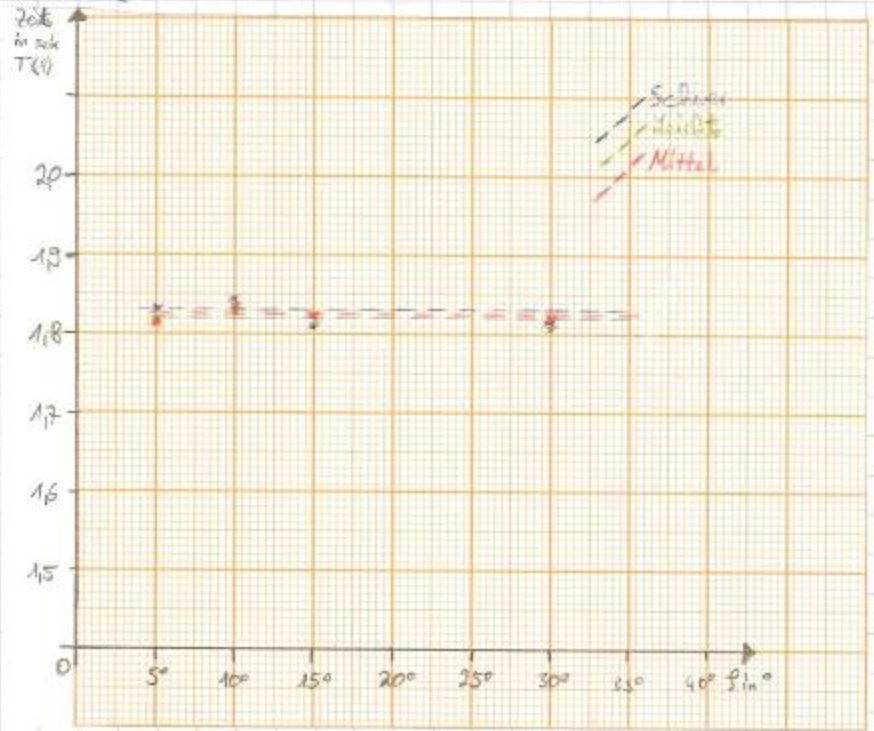
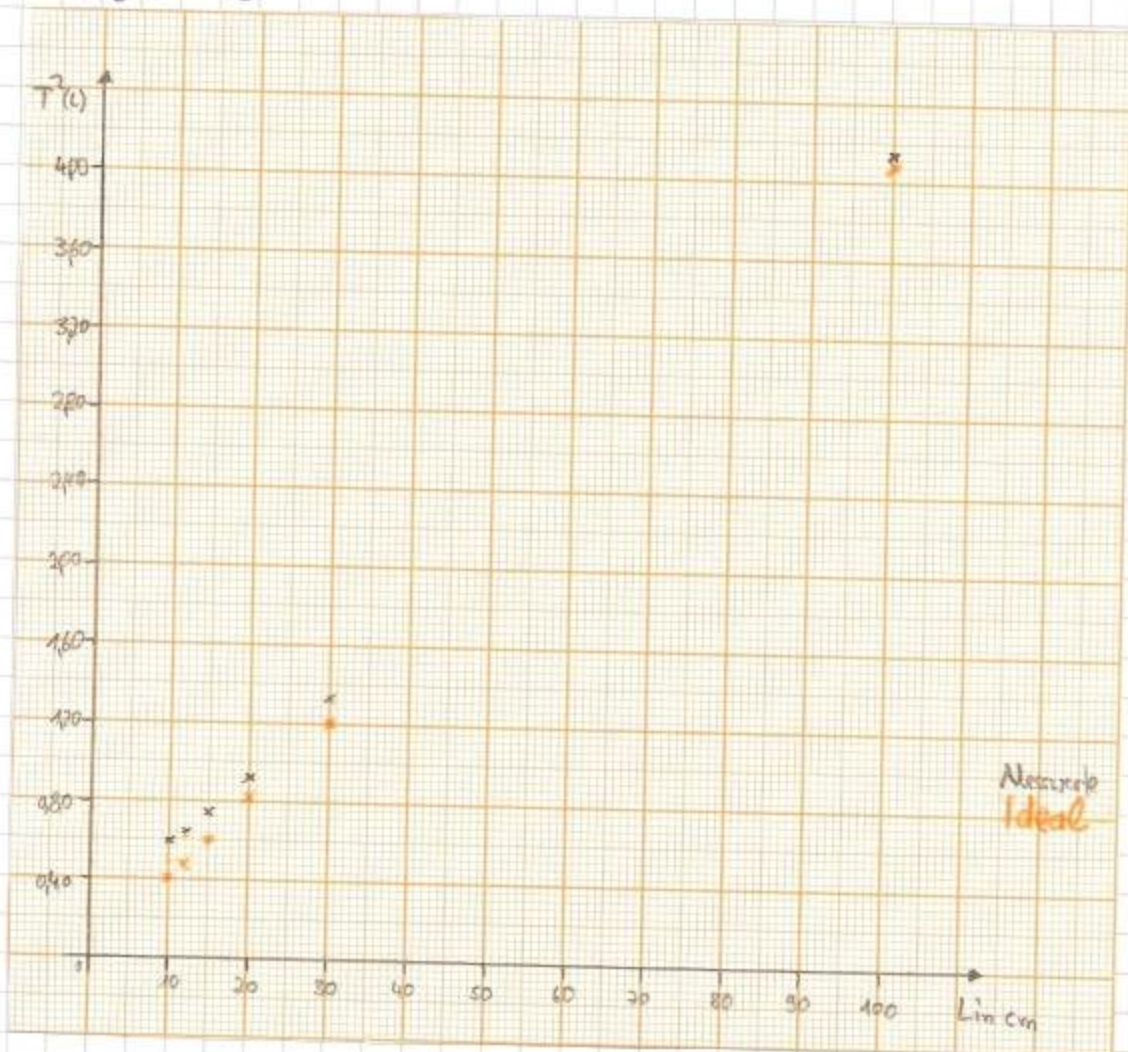


Diagramm (3):



4.1 Fadenpendel

Die Schwingungsdauer eines Fadenpendels ist umso größer, je länger das Pendel ist. Sie ist aber unabhängig von der Masse und für kleine Ausschläge auch unabhängig von der Anfangsamplitude.

Unabhängigkeit von der Masse:

Im ersten Diagramm (1, Seite 21) kann man erkennen, dass die Periodendauer „ T “ unabhängig von der Masse ist, da alle drei Kugeln, trotz unterschiedlichem Gewicht ungefähr die gleiche Zeit für eine Periodendauer benötigen ($\bar{T} = 1,82\text{s}$)

$$T_{\text{Mess}} = 1,82 \text{ sek}$$

Idealwert: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$; $T_{\text{Ideal}} = 1,79 \text{ sek}$ Die Abweichung von Mess- zum Idealwert liegt bei $\sim 1,6\%$

Man kann also schon an der Formel der Idealfunktion (also der Geradengleichung $y = m \cdot x + b$) erkennen, dass diese unabhängig vom Gewicht des Oszillators ist und nur von der Pendellänge „ L “ und von der Beschleunigung „ g “ abhängt.

Unabhängigkeit von der Anfangsamplitude:

Im zweiten Diagramm (②, Seite 21) betrachten wir die Auswirkung der verschiedenen Anfangsamplituden (\hat{y}_0). Unter Betrachtung der Geradengleichung „ $T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot L$ “ sollte auch hier keine Abhängigkeit zu sehen sein. Und tatsächlich liegen die Durchschnittsgeraden der drei unterschiedlich schweren Kugeln nicht nur beinahe aufeinander (siehe oben, Massenunabhängigkeit), die drei Durchschnittsgeraden sind auch Parallel zur X-Achse, das heißt, dass die Periodendauer „ T “ unabhängig vom Ausgangswinkel (= Anfangsamplitude) ist.

In der Literatur kann man lesen, dass die Unabhängigkeit von der Anfangsamplitude nur bei kleineren Winkeln ($< 20^\circ$) gilt. Der Messwert bei 30° hätte also aus der Reihe fallen müssen, die ungenaue Stoppuhrmessung hat diese Abweichung wahrscheinlich unterdrückt.

$$T_{\text{ideal}} = 1,79 \text{ sek (siehe oben)}$$

$$\bar{T}_{\text{mess, leicht}} = 1,83 \text{ sek} \quad \text{Abweichung von } 2,2\%$$

$$\bar{T}_{\text{mess, mittel}} = 1,82 \text{ sek} \quad \text{Abweichung von } 1,6\%$$

$$\bar{T}_{\text{mess, schwer}} = 1,83 \text{ sek} \quad \text{Abweichung von } 2,2\%$$

Abhängigkeit von der Fadependellänge:

Im dritten Diagramm (③, Seite 22) wird die Abhängigkeit von der Pendellänge „ L “ zur Periodendauer „ T “ dargestellt. Genauer wird im Diagramm nicht die Periodendauer, sondern das Quadrat „ T^2 “ betrachtet.

Der Vorteil von der Geradengleichung „ $T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot L$ “ ist, dass die Steigung ($\frac{4\pi^2}{g}$) sehr leicht zu erkennen ist.

Erdbeschleunigung berechnen:

$$\text{abgelesene Steigung} \quad \bar{m} \approx \frac{0,45^2}{0,1 \text{ m}}$$

$$m = \frac{4\pi^2}{g} \quad | \cdot g : m$$

$$g = \frac{4\pi^2}{\bar{m}}$$

$$g = \frac{4\pi^2}{\left(\frac{0,45^2}{0,1 \text{ m}}\right)} = \underline{\underline{9,86 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

Idealwerte berechnen:

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{g}\right) \cdot L$$

	T_{ideal}^2	T_{Mess}^2	Fehler
0,1 m	0,4 s	0,59 s	47,5%
0,12 m	0,48 s	0,63 s	31,3%
0,15 m	0,6 s	0,75 s	25%
0,2 m	0,8 s	0,93 s	15%
0,3 m	1,2 s	1,33 s	9,9%
1,0 m	4,0 s	4,16 s	3,5%

Der Graph Idealwerte ist eine Winkelhalbierende Gerade durch den Ursprung (siehe Diagramm ③). Die Idealbedingungen sind jedoch schwer realisierbar (keine Reibung, Masse punktförmig). Man kann erkennen, dass der Messwert-Graph sich Richtung Ursprung abflacht und wenn man die Kurve extrapoliert, schneidet sie die Y-Achse ungefähr bei 0,3. Bei längeren Pendellängen „L“ nähert sich der Messwert-Graph dem Idealgraphen an, d.h. bei längeren Pendellängen werden die Fehlerfaktoren (Reibung, usw.) kompensiert.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot L$$

$$4,16\text{s}^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot 1\text{m}$$

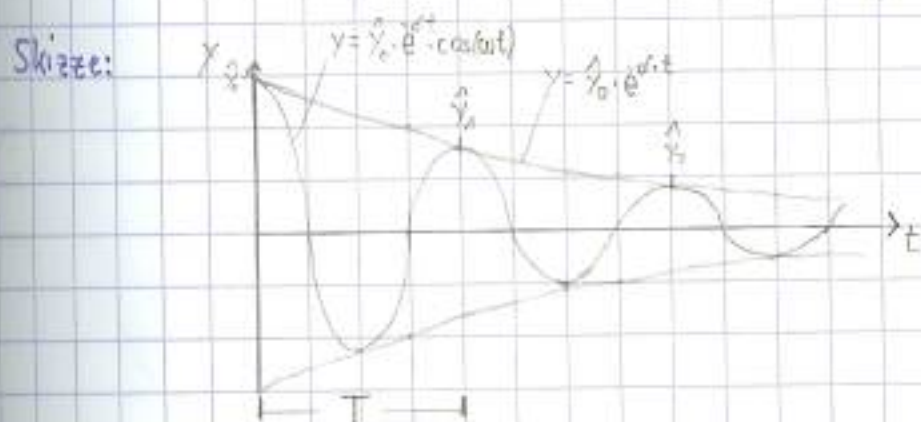
$$g = \frac{4\pi^2}{4,16\text{s}^2} \cdot 1\text{m}$$

$$g = 9,49 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \sim 3,3\% \text{ Abweichung vom Literaturwert}$$

4.2 Drehpendel

Die Periodendauer der ungedämpften und gedämpften Schwingung (Diagramm ④ und ⑤, zwischen Seite 24 u. 25) liegt bei beiden ungefähr bei $T = 1,9$ sek. Die Periodendauer ist also auch bei der gedämpften Schwingung konstant (siehe Diagramm ⑤, die beiden markierten Perioden), nur die Amplitude wird „gedämpft“.

Die Amplituden laufen entlang der Funktion: $y = \hat{y}_0 \cdot e^{-\delta \cdot T}$



Unsere Messungen ergaben folgende Wert:

$$T \approx 1,9 \text{ s}$$

$$\hat{y}_0 = 5,15 ; \hat{y}_1 = 4,3 ; \hat{y}_2 = 3,7 ; \hat{y}_3 = 3 ; \hat{y}_4 = 2,45 ; \hat{y}_5 = 1,9 ; \hat{y}_6 = 1,5$$

Anhand der Skizze kann man erkennen, dass die Amplitude entsprechend der Exponentialfunktion „ $e^{-\delta \cdot t}$ “ abnimmt. Das Verhältnis zweier aufeinander folgenden Maxima sind konstant:

$$e^{\delta T} = \frac{y_i}{y_{i+1}}$$

Durch Umformen kommt man auf das logarithmische Dekrement

$$e^{\delta T} = \frac{y_i}{y_{i+1}} \quad | \cdot \ln$$

$$\delta \cdot T = \ln\left(\frac{y_i}{y_{i+1}}\right) = \Delta$$

Daraus folgt der Abklingkoeffizient:

$$\delta = \frac{\ln(y_i \cdot y_{i+1}^{-1})}{T}$$

Rechnungen:

Abklingkoeffizient:

$$\sigma = \frac{\ln(Y_i \cdot Y_{i+1}^{-1})}{T}$$

$$\sigma = \frac{\ln(4,3 \cdot 3,7)}{1,9s}$$

$$\sigma \approx 0,08 \text{ s}^{-1}$$

Die Amplitudenverhältnisse mit dem log. Dekrement (Maß der Dämpfung):

$$\Lambda = \ln\left(\frac{Y_i}{Y_{i+1}}\right)$$

$$\Lambda_1 = \ln(4,3 \cdot 3,7^{-1})$$

$$\Lambda_1 = 0,15$$

$$\Lambda_2 = \ln(3,7 \cdot 3^{-1})$$

$$\Lambda_2 = 0,21$$

$$\Lambda_3 = \ln(3 \cdot 2,45^{-1})$$

$$\Lambda_3 = 0,20$$

$$\Lambda_4 = \ln(2,45 \cdot 1,9^{-1})$$

$$\Lambda_4 = 0,25$$

$$\Lambda_5 = \ln(1,9 \cdot 1,5^{-1})$$

$$\Lambda_5 = 0,24$$

Das Amplitudenverhältnis nimmt über die Zeit ^{ab} ~~zu~~ ^{reziprok} zum log. Dekrement.

Aperiodischer Grenzfall:

Verändert man die Dämpfungsstärke kann man drei unterschiedliche Verhalten des Pendels erkennen (normale Dämpfung, Kriechfall, aperiodischer Grenzfall). Wir betrachten hier den aperiodischen Grenzfall, da hier die gedämpfte Schwingung am schnellsten abklingt (genauer sind der aperiodische Grenzfall und der Kriechfall keine Schwingung!). Der aperiodische Grenzfall ist, wie der Name schon sagt, der schnellste Kriechfall.

Kriechfall:

Bei starker Dämpfung erfolgt keine Schwingung des Drehpendels mehr. Nach einer anfänglichen Auslenkung kriecht das Pendel in seine Ruhelage zurück.

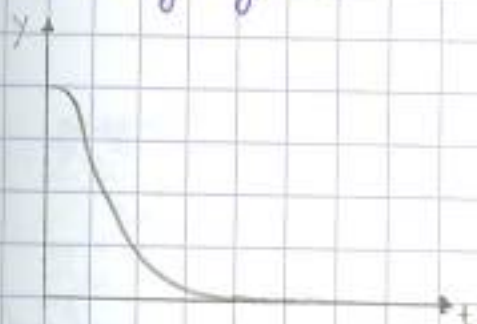


Dieser Fall gilt für $\omega_0^2 < \delta^2$

ω_0 = Kreisfrequenz der gleichen, ungedämpften Schwingung ($2\pi \cdot T_0^{-1}$)

δ = Abklingkoeffizient

Aperiodischer Grenzfall:



Dieser Fall gilt für $\omega_0^2 = \delta^2$

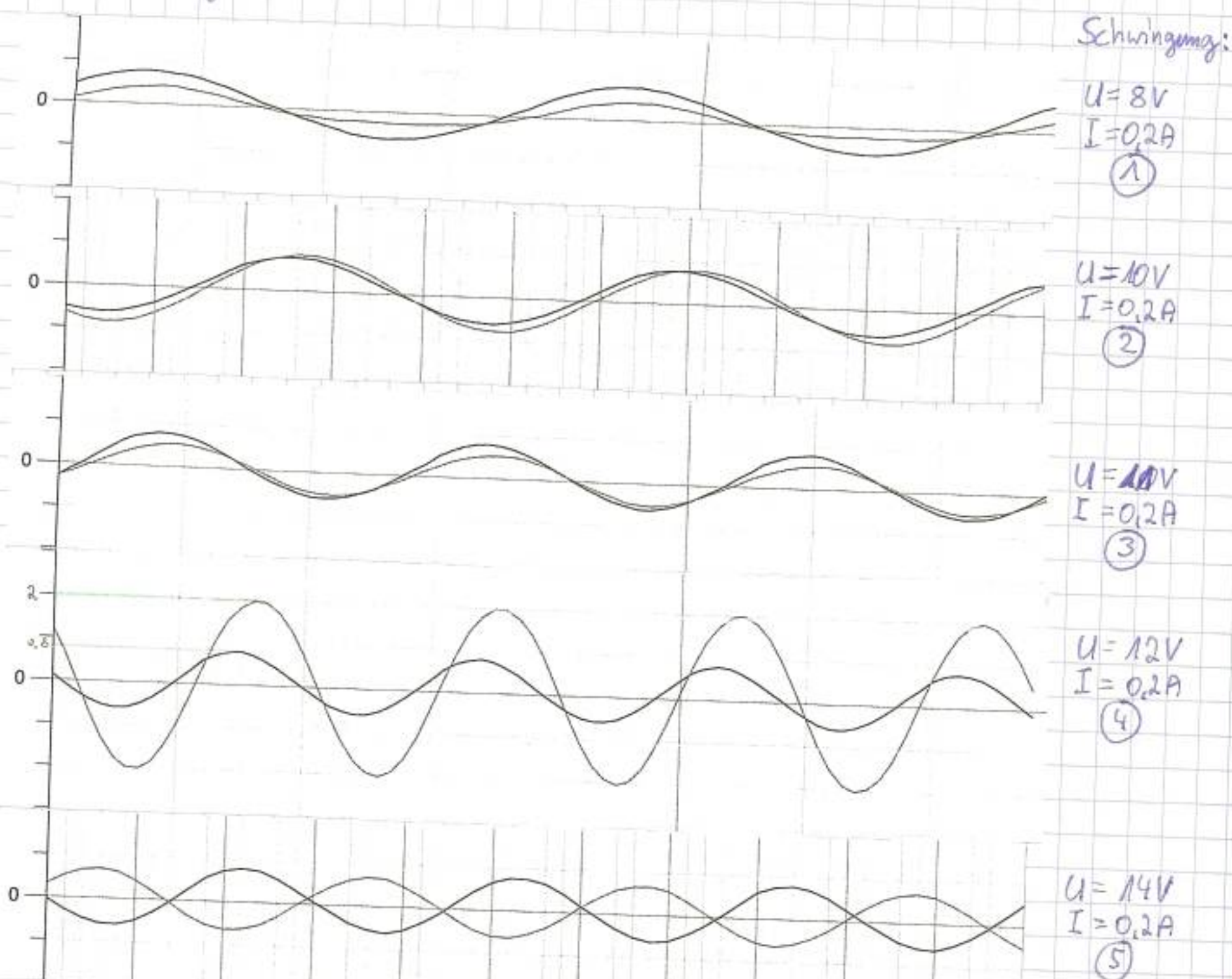
Für den Grenzfall „ $\omega_0^2 = \delta^2$ “ erhält man den schnellsten Kriechfall. Die Einstellung des aperiodischen Grenzfall ist z.B. wichtig für technische Systeme, die nach einer Auslenkung aus der Ruhelage schnell in diese, ohne Schwingungen zurückkehren sollen (als Bsp. Stoßdämpfer beim Auto).

Nach Ausprobieren verschiedener Dämpfungsstärken kommt das Drehpendel bei 1,2 A nach einer Auslenkung am schnellsten wieder zur Ruhe, die gemessene Zeit lag bei exakt einer Sekunde.

9.3 Erzwungene Schwingung und Resonanz

Alle Schwingungen sind mehr oder weniger stark gedämpft, da sie Energie abgeben. Wenn die Amplitude einer Schwingung konstant bleiben soll, muss mindestens genauso viel Energie zugeführt werden, wie von der Schwingung abgegeben wird. Eine solche angetriebene Schwingung heißt erzwungene Schwingung.

Als Resonanz werden in der Physik Vorgänge bezeichnet bei denen ein schwingungsfähiges System mit seiner Eigenfrequenz durch Energiezufuhr angeregt wird. In diesem Fall beträgt die Phasenverschiebung zwischen Erreger und erzwungener Schwingung 90 Grad, der Energieübertrag auf das schwingungsfähige System ist in diesem Fall maximal. Hierdurch kann die Amplitude des angeregten Systems auf ein Vielfaches der Erregeramplitude ansteigen.



Schwingung ①-③: Erregerfrequenz \ll Eigenfrequenz

Schwingung ④: Erregerfrequenz = Eigenfrequenz (Resonanz)

Schwingung ⑤: Erregerfrequenz \gg Eigenfrequenz

Der Resonanzfall tritt bei unseren Messungen bei der Schwingung ④ auf.

Die Erregerfrequenz ist in diesem Fall gleich der Eigenfrequenz des

Resonators. Die Erregeramplitude ist $\hat{y}_{\text{Erreg}}: \gamma = 0,8$, die Pendelamplitude

ist $\hat{y}_{\text{Pendel}}: \gamma = 2$, somit ist die Pendelamplitude 2,5 mal so groß

wie die Erregeramplitude.

Es gibt noch zwei weitere Fälle, die in dem Versuch aufgezeigt wurden.

Bei den Schwingungen ①-③ ist die Erregerfrequenz \ll Eigenfrequenz.

Bei den Schwingungen ⑤ ist die Erregerfrequenz \gg Eigenfrequenz.

Unabhängig von der Erregerfrequenz schwingt das Pendel immer in der Eigenfrequenz! Die Dämpfung verhindert die Resonanzkatastrophe.

Ausdeutliches Beispiel:

Eine Schaukel schwingt in der Eigenfrequenz ($m = \text{Schaukel} + \text{Kind}$), wenn das Kind

in ein bestimmten Punkt ein wenig Energie hingeführt erhöht sich die

Amplitude der Schaukel (Kindenschub = Erregerfrequenz)

4.4 Pendel im Sand (inkl. 4.6)

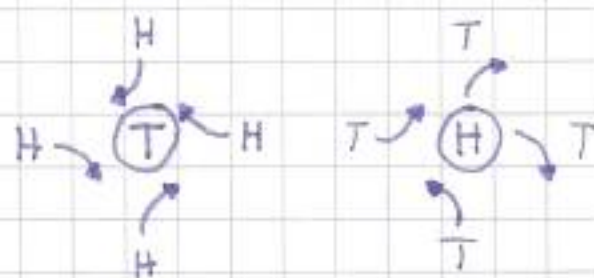
Man kann erkennen, dass die Schwingungsebene des Pendels konstant bleibt. Bei dem drehenden Tisch wird durch das Pendel eine Rosettenartige Form in den Sand gezeichnet.

Von Außen kann man also leicht erkennen, warum das Pendel eine Rosette in den Sand zeichnet. Stände man auf der Drehscheibe, so würde sich die Pendelebene ohne ersichtlichen Grund einfach drehen. Diese unterschiedlichen Beobachten entstehen durch die verschiedenen Bezugssysteme der Beobachter. Für den Beobachter auf der Drehscheibe wirkt also eine Scheinkraft auf das Pendel, die Corioliskraft.



Rosettenförmige Sandspur

Die Corioliskraft wirkt auf der Nordhalbkugel immer nach rechts. So dreht sich ein Tiefdruckgebiet auf der Nordhalbkugel immer entgegen dem Uhrzeigersinn und Hochdruckgebiete im Uhrzeigersinn.



4.5 Foucaultpendel

Wenn man bei einem Pendel alles Störeffekte wie Reibung (u.ä.) relativiert und es 24 Stunden am Nordpol (alternativ würde der Südpol auch gehen) pendeln lässt, sollte man erkennen können, dass sich die Pendelebene um 360° gedreht hat. Wenn man nun ein solches Pendel (Foucault-Pendel) in Hannover pendeln lassen würde, dann sollte man erkennen können, dass sich die Pendelebene um ca. 289° in 24 Stunden dreht. Dies wollen wir mit Messwerten, die wir während des Praktikums abgelesen haben überprüfen:

Messungsergebnisse:

Messung 1: $13,97^\circ$ pro Stunde

Messung 2: $14,53^\circ$ pro Stunde

Messung Gesamt: $14,22^\circ$ pro Stunde

Mit folgender Formel kann man die Pendelebenenrotation des Standortes (Hannover in diesem Fall) errechnen:

$$\omega_{\text{Hannover}} = \omega_{\text{Erde}} \cdot \sin \varphi$$

Da wir den Breitengrad von Hannover suchen müssen wir die Formel umstellen:

$$\omega_H = \omega_E \cdot \sin \varphi \quad | : \omega_E \cdot \sin^{-1}$$

$$\sin^{-1} \left(\frac{\omega_H}{\omega_E} \right) = \varphi$$

$$\sin^{-1} \left(\frac{14,22^\circ}{15^\circ} \right) = \varphi$$

$$71,44^\circ = \varphi$$



Laut unseren Messergebnissen soll Hannover auf dem nördlichen Breitengrad $71,44$ liegen.

Das ist eine Abweichung von $\sim 37\%$ vom Literaturwert. Selbst die nördlichste Stadt

Europas, Hammerfest in Norwegen, liegt „nur“ bei einem Breitengrad von $70,5$.

Es muss sich im Foucault'schen Pendel also ein größerer Fehler eingeschlichen

haben, denn solch' große Abweichungen (und vor allem konstant große) ∇ sind durch

Ableseungenauigkeiten kaum hinzubekommen (Fehler im Messsystem)

Nur ein Punkt bei diesem Versuch stimmte, denn die Pendelebene

drehte sich im Uhrzeigersinn, damit haben wir zumindestens heraus-

bekommen, dass wir uns auf der Nordhalbkugel befinden.